

5. Énoncés des exercices

Exercice 9.1 Déterminez les fonctions dérivées des fonctions polynômes suivantes, définies sur \mathbb{R} par :

a) $f(x) = 6x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 1$

b) $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2$

c) $h(x) = \frac{3x^3 - 4x^2 + 5x - 1}{5}$

Exercice 9.2 1) Pourquoi la fonction f définie sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \sqrt{x} \text{ est-elle dérivable sur } I ?$$

2) Calculez, pour tout $x \in I$, $f'(x)$.

Exercice 9.3 Calculez $f'(x)$ en précisant sur quel(s) intervalle(s) votre calcul est valable.

a) $f(x) = (2x - 1)(5x + 8)$

b) $f(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$

c) $f(x) = (x^2 - x)\sqrt{x}$

Exercice 9.4 Calculez $f'(x)$ en précisant sur quel(s) intervalle(s) votre calcul est valable.

a) $f(x) = -\frac{4}{x^3}$

b) $f(x) = \frac{1-2x}{x-2}$

c) $f(x) = \frac{2-x^2}{2+x^2}$

d) $f(x) = \frac{2x^2}{1-x}$

Exercice 9.5 f est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$$

1) Démontrez que f est dérivable sur \mathbb{R} . Calculez $f'(x)$.

2) Déterminez une équation de la tangente à \mathcal{C} , courbe représentative de f , au point d'abscisse a , où a est un nombre quelconque.

Exercice 9.6 f et g sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par :

$$f(x) = \frac{4x+1}{x-2} \text{ et } g(x) = \frac{9}{x-2}.$$

1.a) Prouvez que f et g sont dérivables sur $] -\infty; 2[$ et sur $]2; +\infty[$.

1.b) Calculez $f'(x)$ et $g'(x)$.

Que remarquez-vous ?

2) Calculez $f(x) - g(x)$.

Justifiez alors la remarque de la question 1.